2012年10月4日SDR

ローマにあるトライアヌス記念柱とマルクスアウレリウス記念柱の常時微動特性

- (株) システムアンドデータリサーチ
 - 中村 豊・齋田 淳・佐藤 勉

概要

ローマにある類似の構造と規模をもつふたつの記念柱、トライアヌス記念柱とマルクスア ウレリウス記念柱(以下 TC、AC と略称する)、の振動特性を調査した。その結果、以下の 事柄がわかった。基本的な固有振動数は、概ね 1.6Hz(TC)と 1.3Hz(AC)で、いずれも 曲げ振動に起因すると考えられる。これらの数値はこれまでの調査結果と同じである。TC の縦振動と捻れ振動は、それぞれ 25.6Hz と 15.5Hz であり、これから記念柱を伝わる縦振 動と横波の速度は、 概ね 3100m/s および 1900m/s となる。 標準的な値の 65%程度と比較的 低く見積もられるものの、ポアソン比は 0.33 程度と、概ね妥当な値となる。これに対して、 ACの縦振動と捻れ振動は、それぞれ18.8Hzと9.1Hzであり、縦振動と横波の速度はそれ ぞれ 2300m/s と 1100m/s とかなり低く見積もられた。縦振動の伝播速度は標準的な値の 50%程度となかり低い値となっているほか、ポアソン比が算定できないほど横波伝播速度が低 くなっている。これは捻れ振動の固有振動数が低いためであるが、記念柱には縦に長い損 傷が観察され、これが捻れ抵抗を低くしていると思われる。一次曲げ振動モードから、柱 の壊れやすさ指数 Kb を算定すると、TC では上部ほど大きく最大 83 µ/Gal、AC は場所に より大きく変動し頂部で最大 212 µ/Gal に達している。つまり、TC では 100Gal 程度でせ ん断変形角が 1/120 を越える部分が生じ、AC では 50Gal 以下で同様のせん断変形角が生じ てしまうと推測される。この他、記念柱を計測する際の留意点などを明確にすることがで きた。

1. はじめに

ローマにあるトライアヌス記念柱とマルクスアウレリウス記念柱(以下 TC、AC と呼ぶ)は、 それぞれ西暦 113 年と 193 年に完成した、ほぼ同一規模で類似の構造をもつ記念柱で、外 壁には螺旋状に浮き彫りが施されている。いずれの記念柱も、螺旋階段を刳り貫いた大理

石のブロックを積み重ねて作られており、ひとつのブロックの大きさは直径約3.6mで高さ約1.5m、8段の螺旋階段が刳り貫かれている。テラスや柱下部の飾り部分を含めると、19段が積み重ねられており、約30mの高さになっている。図1に螺旋階段の様子とブロックの模型を示す。建てられた地盤については、前者が堅固、後者は比較的軟弱とされている。 損傷度については、後になって軟弱地盤に建てられたACの方が大きく、既に16世紀には大規模な修復工事が行われている。先に作られたTCについては風化や人為的な損傷が目立つものの、ほぼオリジナルの姿が伝えられている。

これらの記念柱の振動特性を調査分析する研究はこれまでも行われているが、ここでは、 現在の状況を詳細に把握することを目指し、TCとACについて予備的な常時微動測定調査 を行ったので報告する。



図1 記念柱ブロックと螺旋階段の模型

2/15 ©2012 System and Data Research, All rights reserved.不許複製

2. 測定と分析

両記念柱の測定は、2012年3月28日、午前10時~午後2時(午前:TC、午後:AC)に 行われた。当日の天候は快晴であった。TCについては、まず、容易に到達できる最高度地 点であるテラスにおいて円柱に接する東西南北の位置に測点を配置し、東西と南北を、そ れぞれ同時に測定した。これは円柱のねじり振動やロッキング振動の状況を把握するため のものである。これと対比するため、地表面にも基壇に接して、東西南北に測点を設け、 東西と南北をそれぞれ同時に測定している。記念柱本体としては、テラス東側の出入口の 内側最上段に常時観測点を設け、以下同じ位置関係の階段面に測点を設けた。この螺旋階 段は14段で1周するが、最上段から28段ずつ下りた点に測点を設け、基壇内に入った地 点までを設定した。途中のTC4からTC6までは14段毎となっている。

AC については、各測点毎に個別に微動を測定した。まず、テラスで、記念柱に接して、東 西南北 4 地点で微動計測した後、テラス入口の地点 MC から地表面に相当する地点 MC7 より 14 段下の螺旋階段が尽きるところ MC8 までを測定している。原則 28 段毎に計測した が、MC6 から地表相当の地点 MC7 までは 22 段、MC7 からオリジナルの入口に位置する 測点 M8 までは地表から 14 段となっている。

測定点の分布状況を図2に示す。各測点で、1/100秒サンプリングで3分間の3方向成分常時微動を同時計測した。これらの図は、螺旋階段での測点位置などを把握するために螺旋階段の状況をやや詳しく描いているが、寸法比率などは正確でないし、テラスから上は省略している。

分析は、フーリエ変換による周波数分析を行ったが、TC については、同時計測をつなぎ合わせてすべての測点を同時計測したと同等の振動モードを推定している。分析時間は 40.96 秒(4096 データ)であり、これを 3-4 回平均したものを最終結果としている。また、周波数分析結果を用いて、個別に測定された基準点と目標地点のスペクトル比や H/V をも算定した。これら個別測定結果の結果と同時測定の結果も比較検討する。

3. 分析結果

3.1. トライアヌス記念柱

表1に、NSおよびEWおよび上下の各成分について卓越振動数などの解析結果を示す。以下、これらの分析結果を述べる。



図2 トライアヌス記念柱とマルクスアウレリウス記念柱の常時微動測点分布

4/15 ©2012 System and Data Research, All rights reserved.不許複製

3.1.1 同時測定

同時測定の結果得られた記念柱内各測点の基壇内測点を規準にした応答スペクトルを図3 に示す。これに位相差々を考慮して、明瞭に確認できる3次までの振動モード図を図4に 示す。これらの図によると、まず、ピークの数がEW方向の方がNS方向にくらべて多い こと、最初のピークは1.59Hzで両方向ともほぼ同じ振動数であること、モード形状は両方 向でやや異なることなどが判る。最初のピーク振動数のモード形状は滑らかな形状を示し、 EW方向はほとんど曲げ変形のようにみえるが、NS方向にはややせん断的な変形が重畳し て認められる。最初のピークの次に大きなピークの内低い振動数のものは、EW方向、NS 方向とも8.98Hzであり、いずれも二次のモード形状を示す。より高い振動数のものは、EW 方向で19.17Hz、NS方向で20.29Hzであり、いわゆる三次のモード形状を示す。これら の他に小さなピークがEW方向、NS方向ともに認められ、その数はEW方向で多いこと は既に述べた。局部的な振動に対応していると考えられ、ピークの多さは局部的な損傷の 多さに対応している可能性がある。

片持ち梁の曲げ振動では、一次振動数に対する高次振動数の比率は、等断面片持ち梁の場合、1:6.2669・・・・17.5449・・・、円錐の場合、1:2.425・・・・・となる。せん断振動やねじり振動、縦振動の場合には、この比率は、1:3:5・・・となる。常時微動測定の結果をみると、水 平振動では、三次まで明瞭に認識でき、その比はおよそ、1:5.73:12.06(EW 方向)および 1:5.73:12.76(NS 方向)となっている。これからも、記念柱の微動レベルの水平振動は等

TC	Simultaneous.	F Hz	maxAF	maxKb/Kg	
EW	1st	1.59	18.8	83.1	
	2nd	8.99	7.8	5.0	
	3rd	19.17	6.3	1.2	
NS	1st	1.59	15.5	77.2	
	2nd	8.99	5.2	3.4	
	3rd	20.29	9.3	1.0	
Longitudinal	1st	25.64	7.8	0.2	
Torsional	1st	15.53			
TC	Individual	F Hz	maxAF	maxKb/Kg	
EW	1st	1.59	18.8	284	
	2nd	9.03	7.8	4.8	
	3rd	19.04	6.3	1.2	
NS	1st	1.59	15.5	1293	
	2nd	9.03	5.2	4.4	
	3rd	20.26	9.3	1.3	
TC	H/V	F Hz	maxAF	maxKb/Kg	
EW	1st	1.51	22.0	181	
NS	1st	1.44	11.2	111	
Ground: BN	1st	5.81	1.9	0.6	
BE	1st	5.00	2.0	0.8	
BS	1st	5.27	2.3	1.0	
BW	1st	5.00	2.3	1.0	

表1 トライアヌス記念柱の常時微動測定結果一覧



図4 トライアヌス記念柱の3次までの振動モード図

断面片持ち梁の曲げ振動に近いものになっているものと推測される。 テラスでの測定から、14Hzから19Hzの振動数帯域において、ねじり振動が認められ、約

6/15 ©2012 System and Data Research, All rights reserved.不許複製

15.5Hz で最大に達している。これ以外の帯域ではねじり振動は明瞭ではない。この振動数 帯域での柱本体のスペクトル形状は短い周波数間隔で細かなピークが数多く出現し、その モード形状は測点毎に山谷が入れ変わる特異なものとなっている([6])。ねじり振動の影響 が現れたものと推察される。卓越捻り振動数から横波の伝播速度は1900m/sと推測される。 また、記念柱の上下方向の増幅を見ると、25.5Hz が卓越し、測点 TC7 を規準にした増幅モ ードは一次のモード形態を示している。これから柱の縦振動の伝播速度を推定すると、概 ね 3100m/s、と推測され、横波の速度を併せると、大理石として妥当な 0.33 程度のポアソン 比が推定される。推定された伝播速度は、標準的な大理石の伝播速度(縦振動 4800m/s、 横波 2900m/s)の 65%程度であり、かなり劣化していると推測される。

水平振動の増幅モードを使って壊れやすさ指数 Kb(参考文献[4]参照、ただし Kb は Kr と 表記されている)を算定した結果を、図5 に示す。これによると、一次振動の影響が極め て大きく、二次以降は無視できることが判る。一次振動による Kb 値は上部ほど大きく、頂 部で最大 80μ/Gal に達することがわかる。100Gal 程度の地震動を受けると、1/120 程度の せん断変形角に達すると推測される。大きな大理石のブロックを積み上げただけの記念柱 の構造が、どこまでのせん断変形に耐えられるかは検討の余地がある。



図5 トライアヌス記念柱の Kb 値の分布

(1) 個別スペクトル比

^{3.1.2} 個別測定

基準測点とのスペクトル比を算定するとき、同時測定ではないものを採用すると、応答ス ペクトル比がどうなるか検討した。図6に、基準測点に対する各測点のスペクトル比の主 要なピーク位置におけるにモード形状をいくつかの方法で算定した結果を示す。これによ



8/15 ©2012 System and Data Research, All rights reserved.不許複製

ると、3次までのピーク振動数は、同時測定とほぼ同じ値である。しかし、これらのモード 形状をみると、2次以上の高次では、概ね同じモード形状となっているが、1次ではテラス に近い上部測点が異常に大きく揺れる形態となり、前節でみた同時測定による応答スペク トル形状とは大きく異なるものとなっている。テラスや記念柱内部で別の調査が別途行わ れており、それらの人の動きで、記念柱の時間的・空間的な定常性が乱されていたと思わ れる。定常性が確保されていれば、同時測定でなくても基準測点とのスペクトル比を算定 することで応答スペクトルを適切に見積もることができる。しかし、定常性が乱されてい れば、結果も大きく乱されることは言うまでもない。特に記念柱は構造的に上部での加振 の影響が大きいと考えられるので、応答スペクトルを推定するには、計測時に人の移動を 制限したり、同時測定を行ったりなどの工夫が必要であることが改めて確認された。

(2) H/V およびその比

個別に測定したデータを使って、より確からしい応答スペクトル形状を推定する試みのひ とつとして、H/V スペクトル比を利用することを考える。これは、上下動の応答は水平動 に比較して高い振動数帯域で顕著になるが、それより低い振動数では水平動と特性が類似 した基盤の上下動の特性が保存されていることを利用しようとするものである。地盤の場 合には、表層地盤の基本固有振動数に対応する振動数でピークを示し、そのピーク値は概 ね増幅倍率を表すことが判っている。なお、建物の H/V はロッキング的な動きを反映して いることもあるので注意が必要である。

図7は、各測点のH/Vを重ね書きしたものである。これをみると、約1.5Hzに記念柱の基本固有振動数に対応したピークが認められる他、5.59Hzのピークはすべての測定点で同じようなピーク値として認められ、地盤の基本固有振動数に対応すると推測される。その増幅倍率としては、基準測点や地表測点で、概ね2倍程度となっている。



図7 H/V比に基づく増幅倍率の推定(TC)

9/15 ©2012 System and Data Research, All rights reserved.不許複製

図6には1.5Hz 近傍のピーク(1次)に対応するH/Vに基づくモード図も示している。こ れをみると、テラス付近だけが異常に大きくなる現象は回避できており、モード形態や、 基準点のH/Vに対する比率は、前節で示した同時測定による応答倍率に対応したものとな っている。すなわち、個別測定であっても、H/VやさらにH/Vの比(表層地盤の増幅特性 を推定する際にも定義されている)を算定することで、対応地点の応答性状をおおまかに 推定できるものと期待される。

3.2. マルクスアウレリウス記念柱

3.2.1 個別測定

ここでは、同時測定ができていないので、個別測定結果のみについて検討する。 **表2**に、各方向成分の解析結果を示す。以下、その分析結果に付いて述べる。

AC	Individual	F Hz	maxAF	maxKb/Kg
EW	1st	1.29	64.0	936
	2nd	6.59	15.2	17.9
	3rd	15.02	12.4	2.3
NS	1st	1.22	53.3	957
	2nd	6.98	19.4	15.9
	3rd	15.14	20.9	3.0
Longitudinal	1st	18.80	57.7	1.0
Torsional	1st	9.13		
	2nd	25.95		
AC	H/V	F Hz	maxAF	maxKb/Kg
EW	1st	1.25	18.8	212
NS	1st	1.22	13.9	144
Ground: MC7	1st	1.22	2.54	5.3
CMGW	1st	1.37	2.76	5.6

表2 マルクスアウレリウス記念柱の常時微動測定結果一覧

(1) 個別スペクトル比

地表面に相当する MC7 測点を基準測点に、個別スペクトル比を算定した結果が図8である。 これから、水平騒動成分について三次までのモード図を描いたものが図9である。これに よると、一次モードは TC の時と同様にテラス付近で大きな応答を示しているが、計測時の 人の動きを反映したものと考えられる。なお、Trajan の結果をみると、二次以上にはその 影響は大きくないと推測される。いずれにせよ、正確な応答性状をみるには、改めて同時 測定を実施する必要がある。

AC の縦振動と捻れ振動は、それぞれ 18.8Hz と 9.1Hz であり、縦振動と横波の速度はそれ ぞれ 2300m/s と 1100m/s とかなり低く見積もられる。縦振動の伝播速度は標準的な値(概



ね 4800m/s) の 50%を下回るかなり低い値となっているほか、ポアソン比が算定できないほど

11/15 ©2012 System and Data Research, All rights reserved.不許複製



写真1 AC の西面に見られる損傷

横波伝播速度が低くなっている。これは捻れ振動の固有振動数が低いためと考えられるが、 **写真 1** にみられるように記念柱には縦に長い損傷跡が観察され、これが捻れ抵抗を低くし ていると思われる。

(2) H/V スペクトル比ほか

図 10 は各測点での H/V スペクトル比を重ね書きしたものである。TC の結果から H/V 比に よる一次モード形状は同時測定のものに類似しているものと推測される。そこで、ここで は H/V 比による増幅特性の推定結果を用いて、壊れやすさ指数 Kb を算定して、同時測定 による TC の結果と比較する。図 11 は TC と AC の Kb を比較したものである。これによ れば、TC では上部ほど大きく最大 83 µ /Gal 程度、AC は場所により大きく変動し頂部で最 大 212 µ /Gal に達している。つまり、TC では 100Gal 程度でせん断変形角が 1/120 を越え る部分が生じ、AC では 50Gal 以下で同様のせん断変形角が生じてしまうと推測される。両 記念柱は大理石を刳り貫いたブロックを積み上げただけであり、自重によるプレストレス だけで弾性体としての挙動を確保している状況なので、地盤と記念柱の連成作用によるロ ッキング振動などの影響が大きくなると、より不安定な構造となりやすいことに注意が必 要である。



4. おわりに

ここでは、ローマにあるトライアヌス記念柱とマルクスアウレリウス記念柱の常時微動調 査結果について述べた。調査の結果、推定された事柄は以下のとおりである。

基本的な固有振動数は、概ね 1.6Hz(TC)と 1.3Hz(AC)で、いずれも曲げ振動に起因すると考えられる。これらはこれまで調査された結果とほとんど同じ値である。

TC の縦振動と捻れ振動は、それぞれ 25.6Hz と 15.5Hz であり、これから記念柱を伝わる 縦振動と横波の速度は、概ね 3100m/s および 1900m/s と標準的な値の 65%程度と比較的低 く見積もられるものの、ポアソン比は 0.33 程度と、概ね妥当な値となる。これに対して、AC の縦振動と捻れ振動は、それぞれ 18.8Hz と 9.1Hz であり、縦振動と横波の速度はそれぞれ 2300m/s と 1100m/s とかなり低く見積もられた。縦振動の伝播速度は標準的な値の 50%以 下とかなり低い値となっているほか、ポアソン比が算定できないほど横波伝播速度が低くなっ ている。これは捻れ振動の固有振動数が低いためと考えられるが、記念柱には縦に長い損 傷跡が観察され、これが捻れ抵抗を低くしていると思われる。

計測にあたって同時性を確保した場合と、時間的にややずれがある場合とを比較すると、 非常に揺れやすい構造体の特性を反映して、記念柱内の人の動きが大きく影響し、同時測 定を行わないと、この影響を除去することが難しいことがわかった。H/V を算定すること で影響を緩和することができるが、細かなモード変化の検討にはやや問題があるかも知れ ない。

一次曲げ振動モードから、柱の壊れやすさ指数 Kb を算定すると、TC では上部ほど大きく 最大 83µ/Gal、AC は場所により多く変動し頂部で最大 212µ/Gal に達している。つまり、 TC では 100Gal 程度でせん断変形角が 1/120 を越える部分が生じ、AC では 50Gal 以下で 同様のせん断変形角が生じてしまうと推測される。両記念柱は大理石を刳り貫いたブロッ クを積み上げただけであり、自重によるプレストレスだけで弾性体としての挙動を確保し ている状況なので、地盤と記念柱の錬成作用によるロッキング振動などの影響が大きくな ると、不安定になりやすい。詳細な調査を行い、限界地震動の大きさを見極めることが大 切になると思われる。

今回の調査により得られた知見を基により詳細な調査を行なうとともに、調査手法を標準 化して定期的に調査することにより、劣化度や劣化位置を定量的に把握して、合理的な修 復計画に資することができると期待される。今回、TCについては同時測定を行うことがで きたが、ACについては個別測定しかできていない。確認の意味も含めて、より完全な形で、 TCとACのいずれについても改めて計測することが望ましい。

謝辞

ローマのトライアヌス記念柱とマルクスアウレリウス記念柱の測定はコロッセオ測定時か らの懸案事項であったが、記念柱およびその周辺の管理上の問題からなかなか実現には到 らなかった。ラクイラ大学のバレンテ教授、タッリーニ准教授をはじめとする多くの方々 の強力でねばり強いご支援のおかげで今春ようやく実現することができた。厚く御礼申し 上げる。

参考文献

[1] Clemente, P. and et al.: La Colonna Antonina in Roma: Valutazione Dgli Esetti Delle Vibrazioni Ambientali, *ASS. I. R. C. CO.*, 1988, pp.207-217.

[2] Boschi, E. and et al.: Resonance of Subsurface Sediments; an Unforeseen Complication for Designers of Roman Columns, *Short Notes, Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.85, No.1, 1995, pp. 320-324.

[3] Krstevska, L. and et al.: Experimental Dynamic Testing of Prototype and Model of the Antonina Column in Roma, *11th WCEE*, paper #545, 1996.

[4] Nakamura, Y. and et al.: Vulnerability Investigation of Roman Coliseum using Microtremor, *12th WCEE*, paper #2660, 2000.

[5] Clemente, P.: Vibrazioni Indotte Dal Traffico: Un'insidia Per I Monumenti, *ENERGIA, AMBIENTE E INNOVAZIONE*, No.4, 2002.

[6] Nakamura, Y., Valente, G. and Tallini, M.: Vibration Mode Sweep for Trajan Column, animation on website, *http://www.sdr.co.jp/*, 2012.

以上